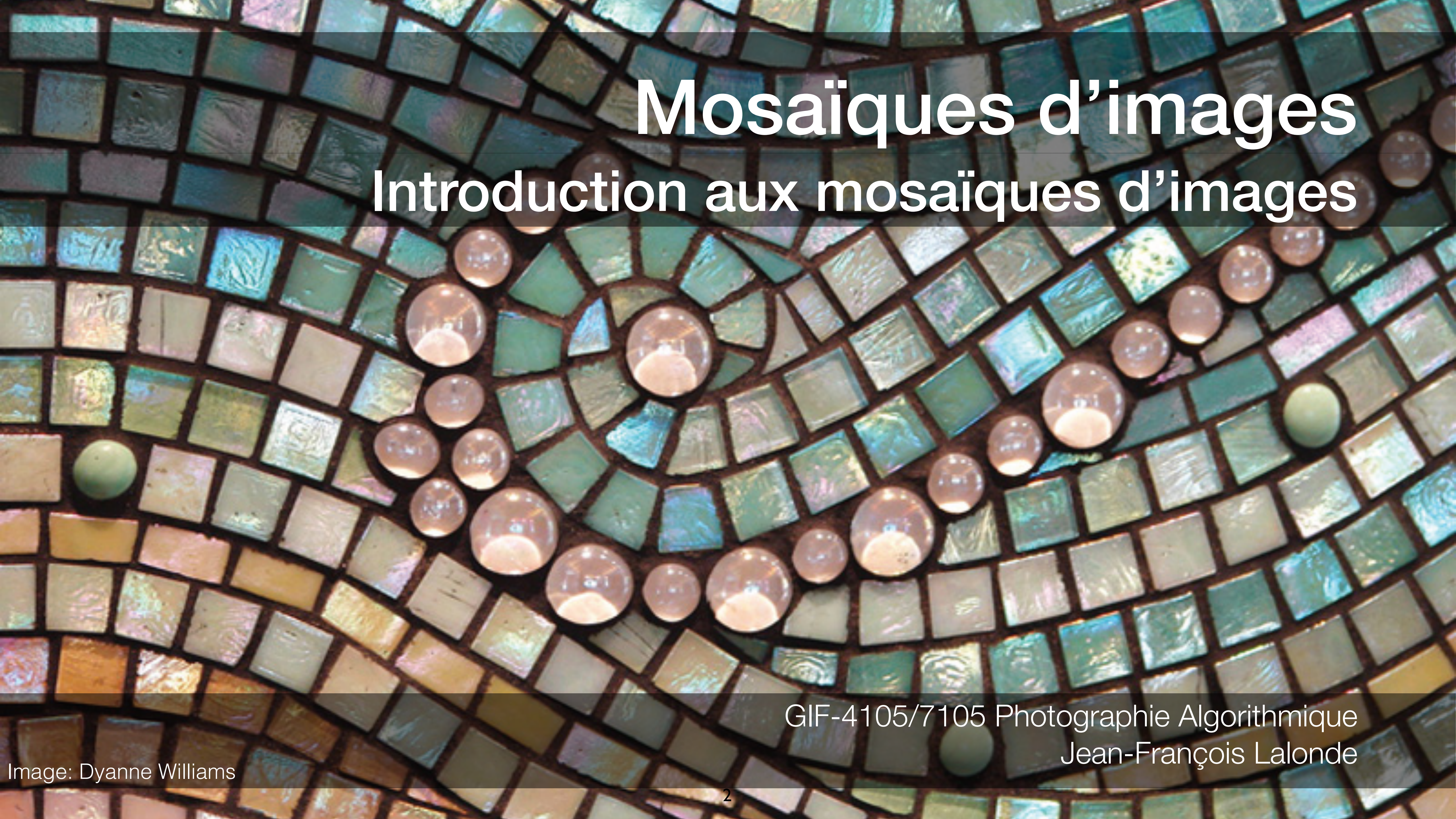


Mosaïques d'images



GIF-4105/7105 Photographie Algorithmique
Jean-François Lalonde

Image: Dyanne Williams



Mosaïques d'images

Introduction aux mosaïques d'images

GIF-4105/7105 Photographie Algorithmique
Jean-François Lalonde

Image: Dyanne Williams

Caméra $\approx 50^\circ \times 35^\circ$



Humain $\approx 190^\circ \times 135^\circ$

95° vers l'extérieur
(+ 45° avec rotation)
= 190° (~280° avec rotation)

(selon wikipedia)





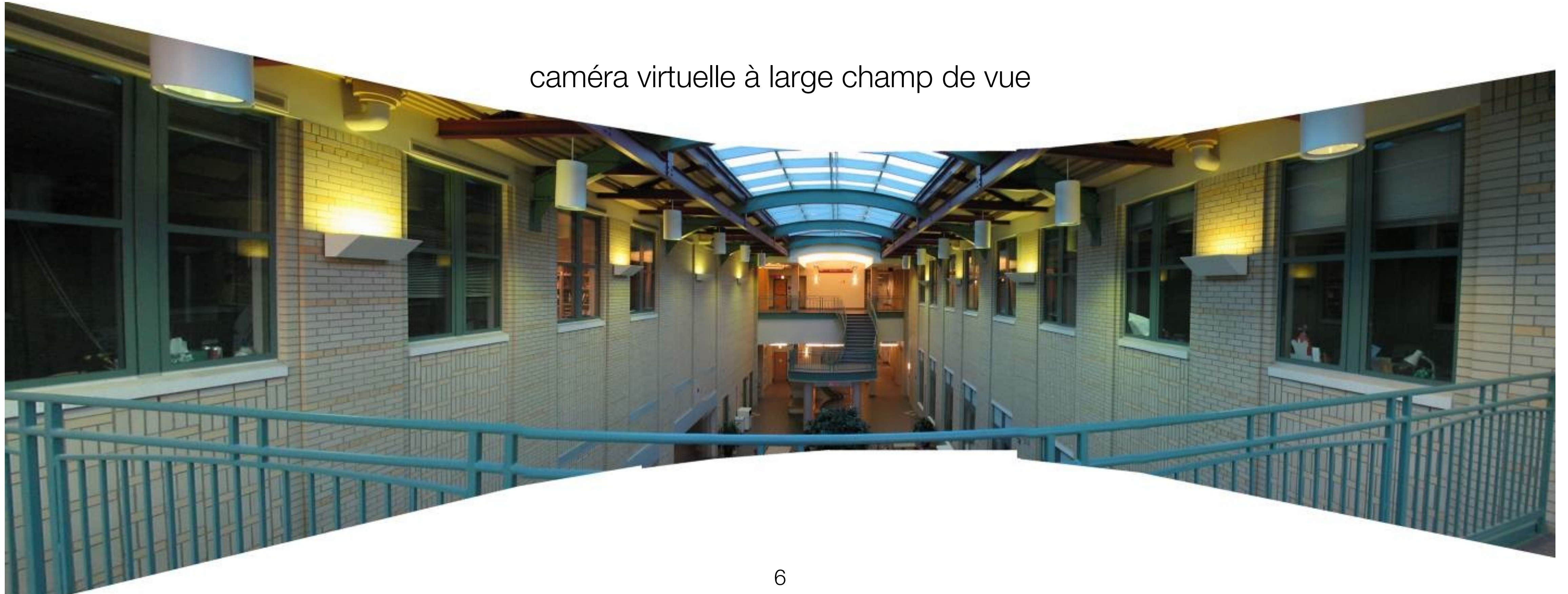
Complet = $360^{\circ} \times 180^{\circ}$

Mosaïque : fusionner les images

plusieurs images à champ de vue limité



caméra virtuelle à large champ de vue



Mosaïque naïve : translation

Gauche



Droite



Rappel

transformations linéaires (en coords. homogènes)

Quelle transformation a-t-on besoin pour aligner 2 images?



Translation

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Rigide (euclidienne)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Similarité

$$\begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Affine

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Projective

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$



2 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites



3 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites



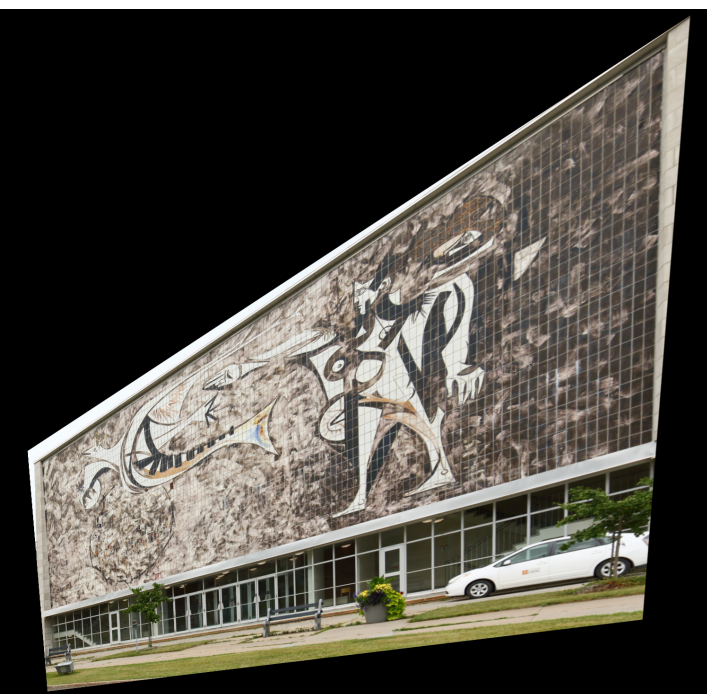
4 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites



6 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites



8 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites

Rappel #2 : matrice de projection

$$\begin{bmatrix} wx' \\ wy' \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & s & 0 & u_0 \\ 0 & \beta & 0 & v_0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Paramètres
intrinsèques

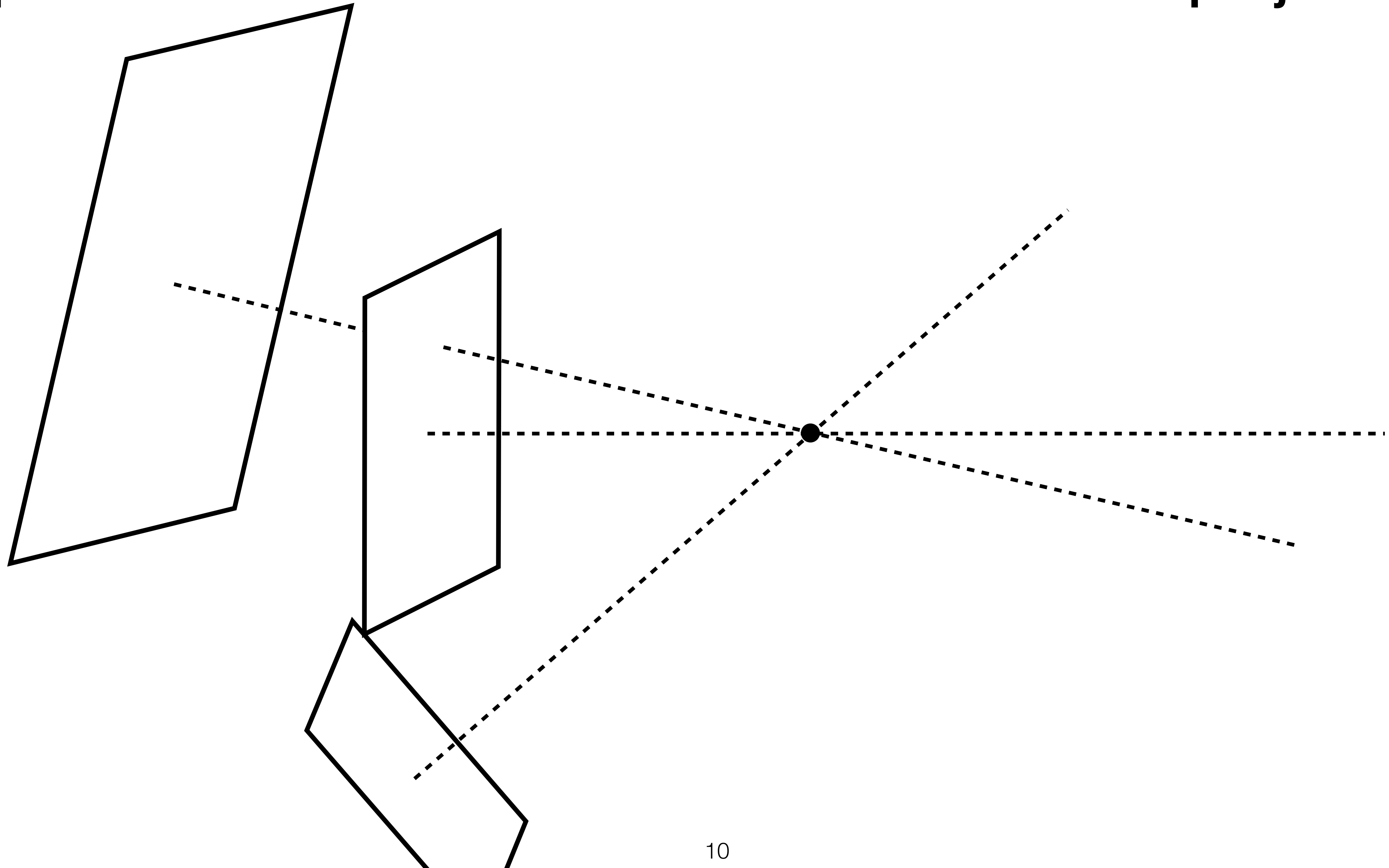
Paramètres
extrinsèques

$$\mathbf{p}' = \mathbf{M}\mathbf{p}$$

Quelles sont les dimensions de **M**?

Combien y a-t-il d'inconnus?

Hypothèse : les caméras ont le même centre de projection



Rappel

transformations linéaires (en coords. homogènes)

Quelle transformation a-t-on besoin pour aligner 2 images?



Translation

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Rigide (euclidienne)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Similarité

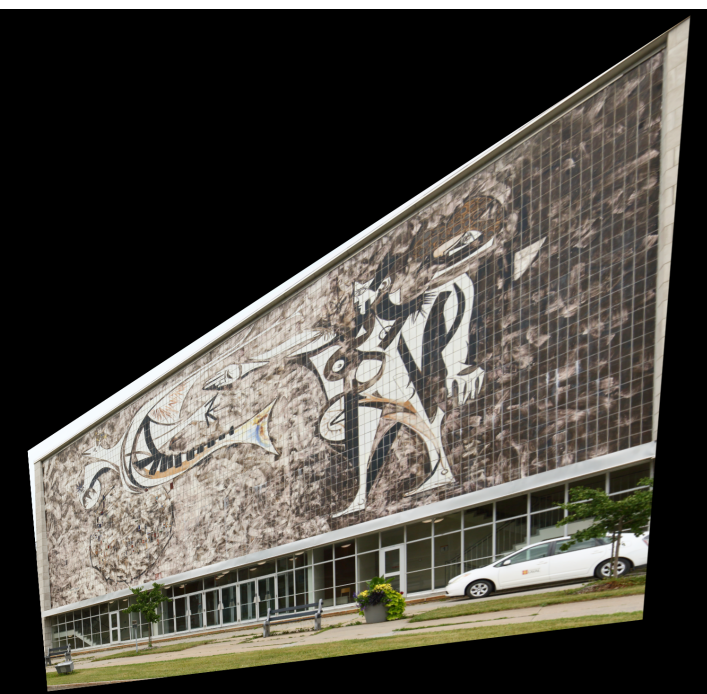
$$\begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Affine

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Projective

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$



2 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites

3 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites

4 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites

6 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites

8 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites

Rappel

transformations linéaires (en coords. homogènes)

Quelle transformation a-t-on besoin pour aligner 2 images?



$$\begin{bmatrix} wx' \\ wy' \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Projective

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$
$$p' = \mathbf{H}p$$



Aussi connue sous le nom
« homographie »

8 DDL

Estimer une homographie

Combien de correspondances?



Génération de mosaïque : algorithme

- Prendre une séquence de photos à partir de la même position
 - garder le même centre de projection
- Sélectionner une image de référence
 - celle au « centre »
- Pour toutes les autres images :
 - Déterminer des points de correspondance (au moins 4 paires) entre l'image et la référence
 - Calculer l'homographie entre l'image et la référence
 - Appliquer l'homographie à l'image pour l'aligner avec la référence
 - Fusionner l'image transformée à la référence

Génération de mosaïque : algorithme

- Prendre une séquence de photos à partir de la même position
 - garder le même centre de projection
- Sélectionner une image de référence
 - celle au « centre »

- Pour toutes

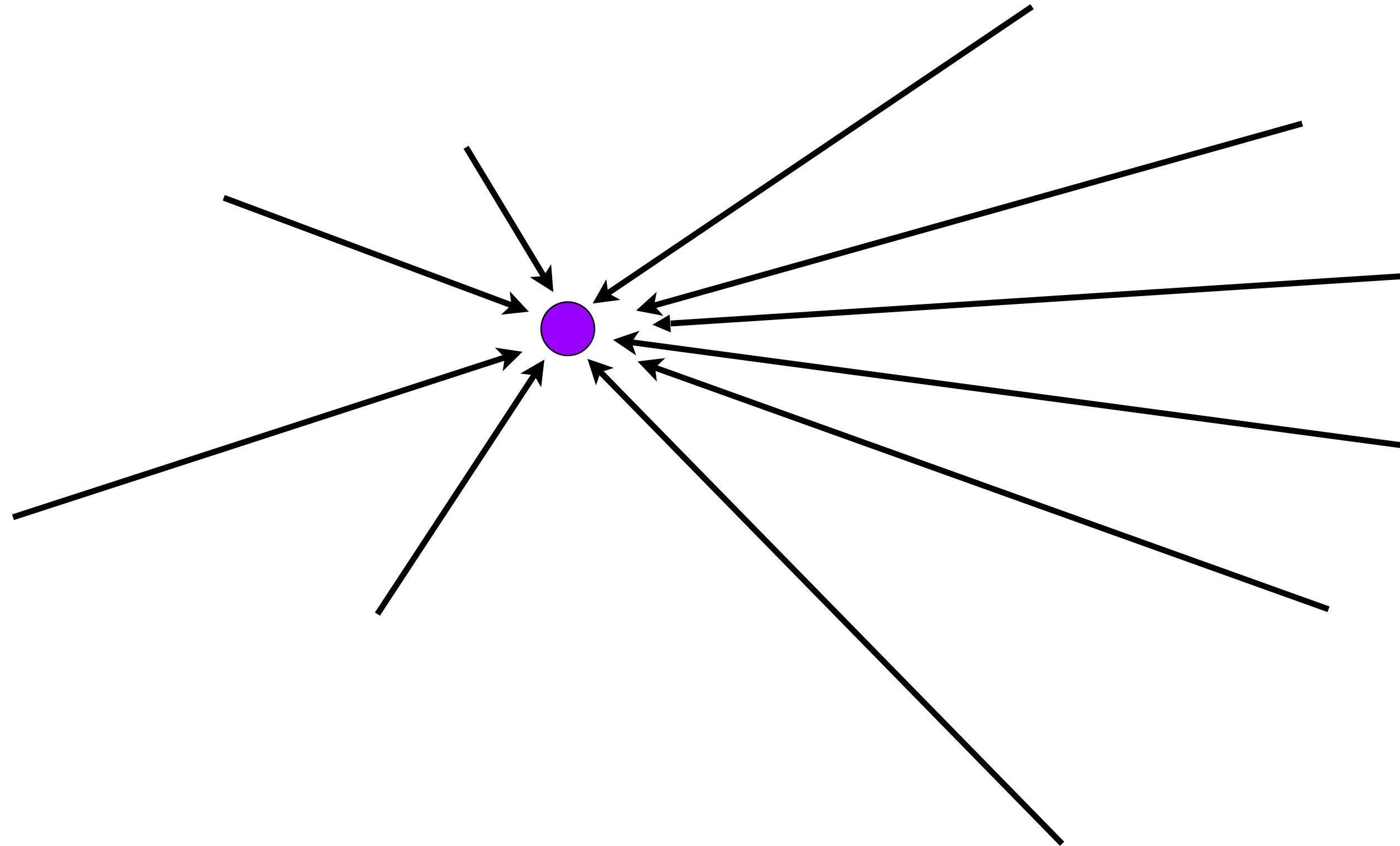
- Déterminer c
- Calculer l'ho
- Appliquer l'h
- Fusionner l'ima

Une seconde...

On n'a pas besoin de la géométrie de la scène?
Pourquoi ça marche?

age et la référence

Un pinceau de rayons capture toutes les vues



Nous pouvons générer n'importe quelle caméra synthétique
tant que le centre de projection soit le même



Mosaïques d'images

Calcul de l'homographie

GIF-4105/7105 Photographie Algorithmique
Jean-François Lalonde

Image: Dyanne Williams

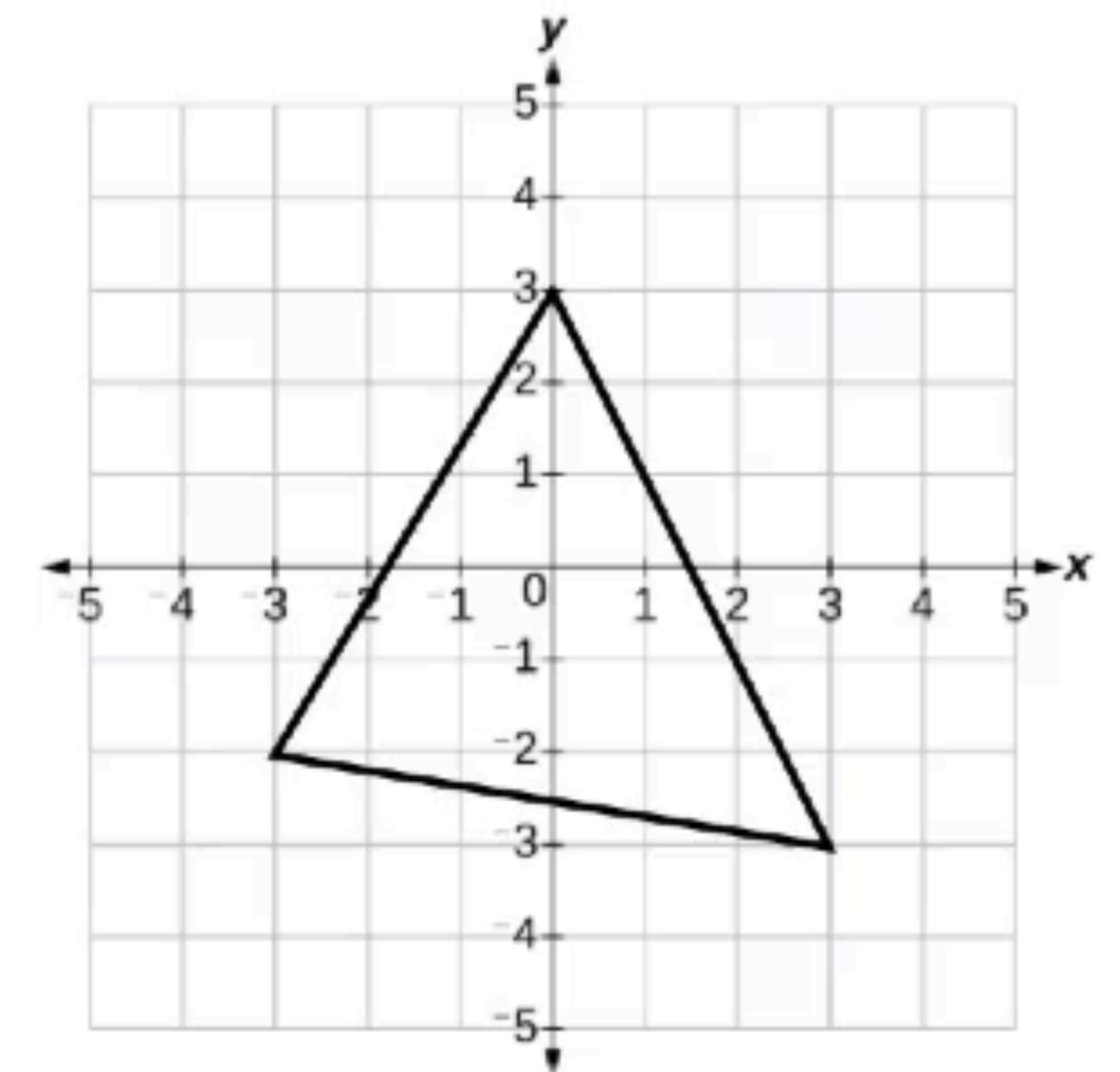
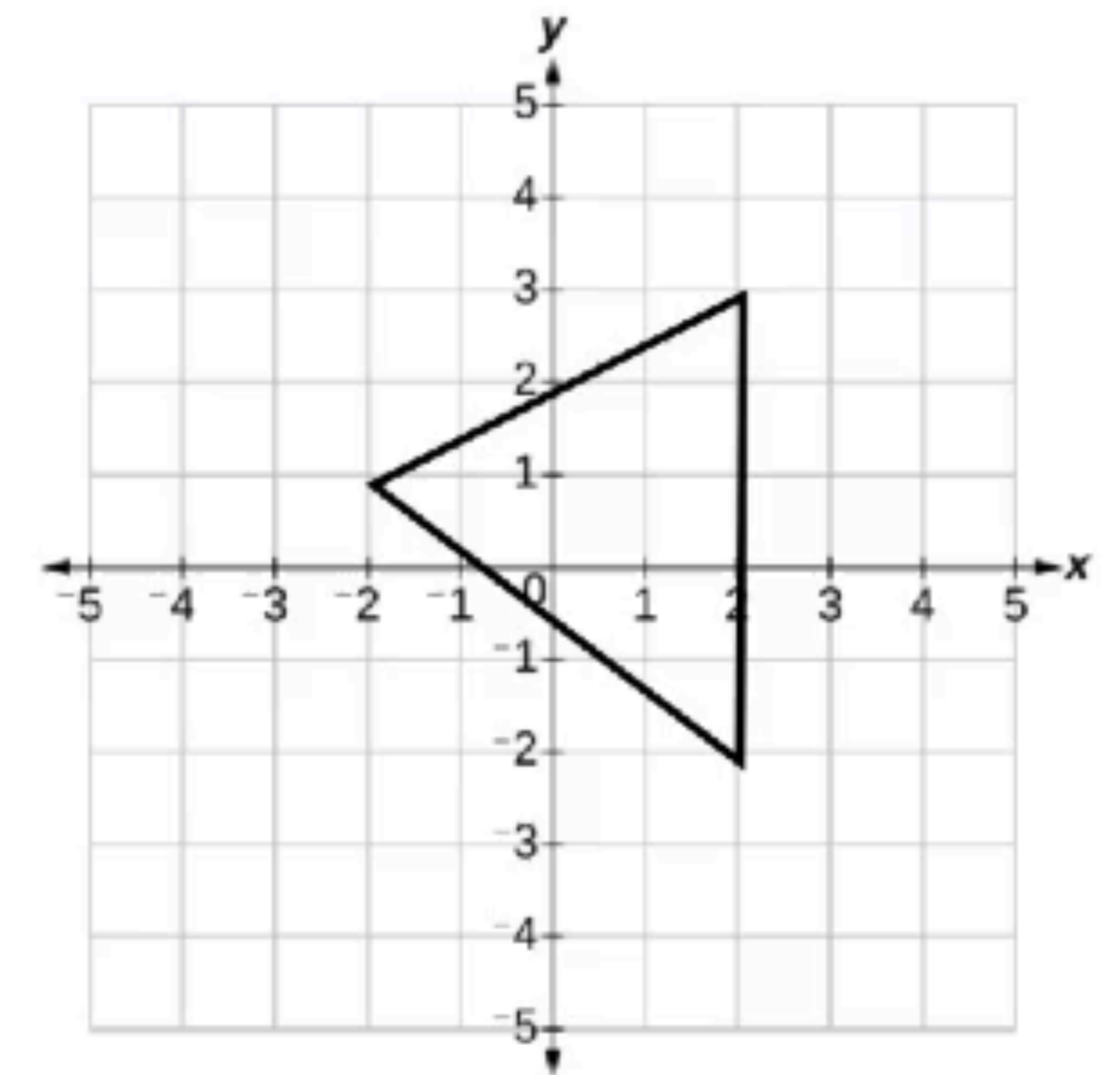
Estimer une homographie

8 DDL = 4 correspondances



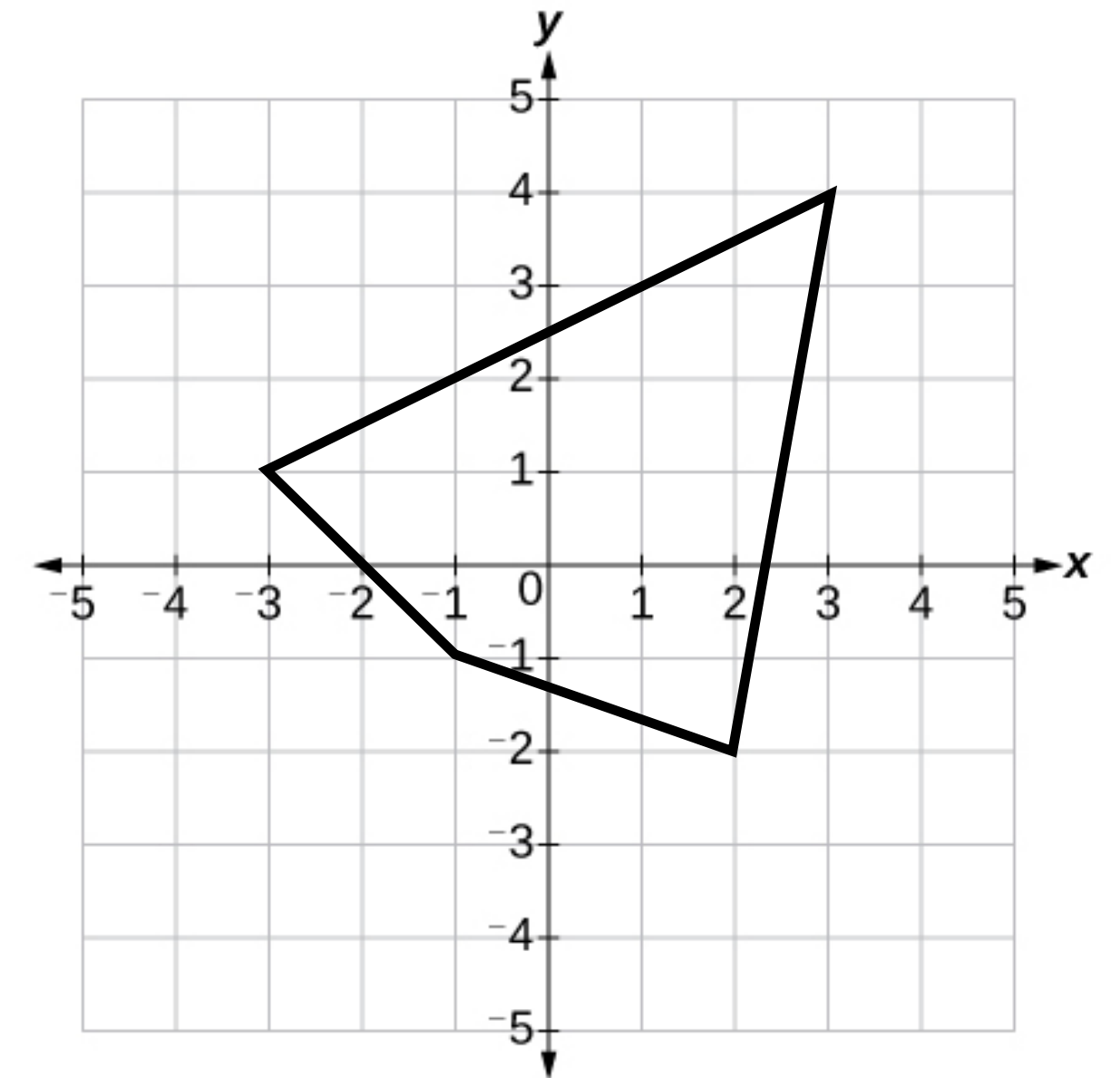
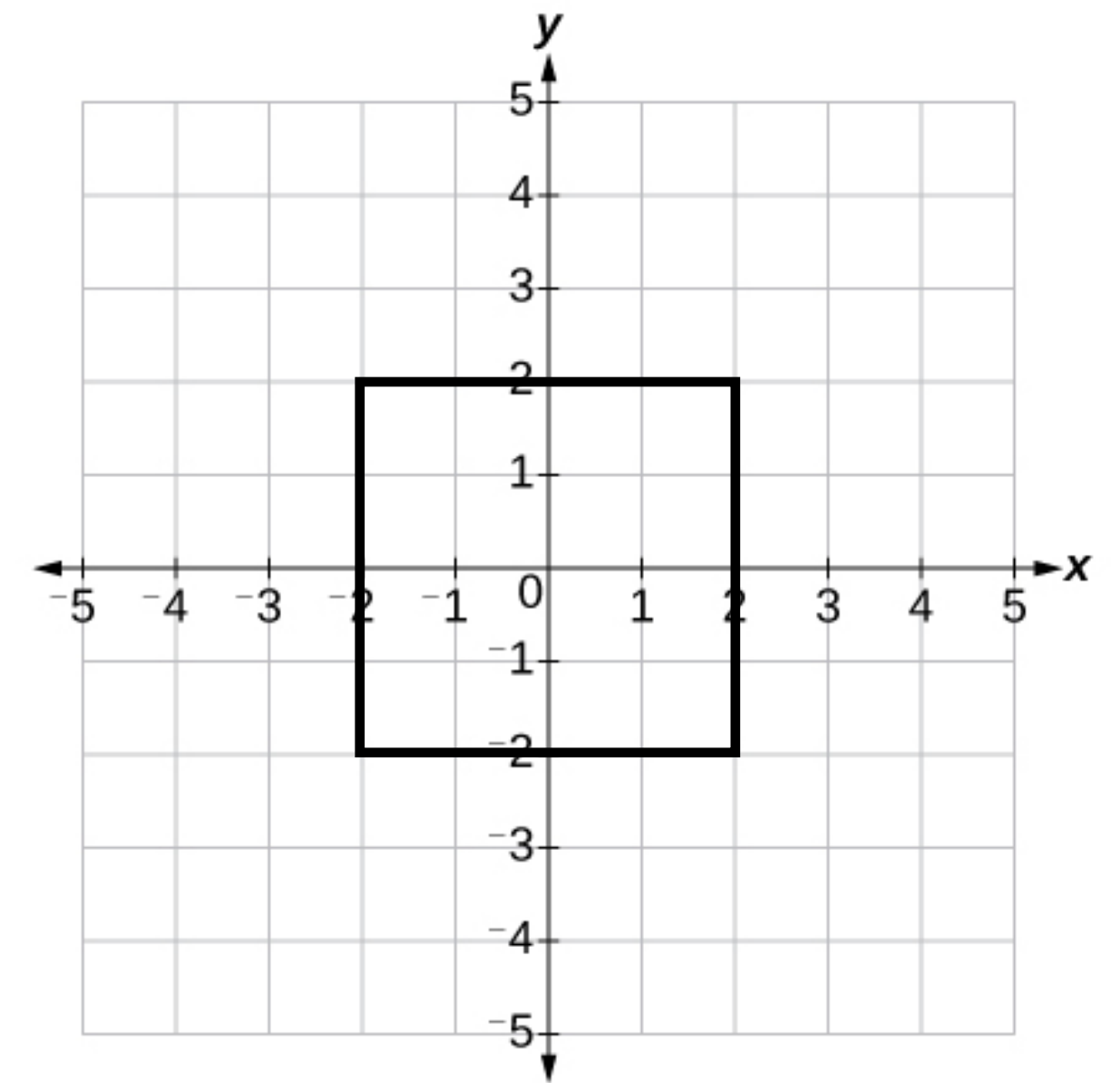
Rappel!

Transformation affine



Calculer l'homographie à partir de 8 points

$$\begin{bmatrix} wx' \\ wy' \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$



Calculer l'homographie à partir de 8 points

$$gxx' + hyx' + ix' - ax - by - c = 0$$

$$gxy' + hyy' + iy' - dx - ey - f = 0$$

8 équations, **9** inconnues?

$$\begin{bmatrix} & a & b & c & d & e & f \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \end{bmatrix} = 0$$

Décomposition en valeurs singulières

En anglais : *singular value decomposition*, ou SVD

$$AV = U\Sigma$$

- Décomposition matricielle
- U : matrice orthonormale
- Σ : matrice diagonale (valeurs singulières)
- V : matrice orthonormale
- En français : trouver une base orthonormale V de sorte que d'appliquer la transformation A à cette base soit équivalent à appliquer un étirement Σ suivi d'une rotation U .

une matrice de rotation est orthonormale

correspond à un étirement

Décomposition en valeurs singulières

En anglais : *singular value decomposition*, ou SVD

$$A = U \Sigma V^*$$

- Décomposition matricielle
 - U : matrice orthonormale
 - Σ : matrice diagonale (valeurs singulières)
 - V : matrice orthonormale (* = conjuguée complexe)
- En français : trouver une base orthonormale V de sorte que d'appliquer la transformation A à cette base soit équivalent à appliquer un étirement Σ suivi d'une rotation U .

Revenons à notre homographie

$$Ah = 0 \quad U\Sigma V^* h = 0$$

- Quelle **direction** dans l'espace (base dans V) sera projetée à 0, peu importe h ?
- Dans le jargon, on nomme la base dans V projetant à 0 « l'espace nul » (anglais : *null space*) de la matrice
- Réponse : la direction correspondant à une valeur de 0 dans Σ !

L'algorithme des 8 points

- Déterminer 8 points (4 correspondances)
- Construire la matrice A
- Calculer la SVD de la matrice A
 - En python (numpy) : `np.linalg.svd`
- La solution est le vecteur de V correspondant à l'élément sur la diagonale de Σ (valeur singulière) égal à 0.
- Généralement, les valeurs singulières sont ordonnées, de la plus grande à la plus petite, dans Σ . Avec numpy, la solution correspond à la dernière **ligne** de V (ou la dernière colonne de V^*)

L'algorithme des 8 points

- Déterminer 8 points (4 correspondances)
- Construire la matrice A
- Calculer la SVD de la matrice A
 - En python (numpy) : `np.linalg.svd`
- La solution est le vecteur de V correspondant de Σ (valeur singulière) égal à 0.
- Généralement, les valeurs singulières sont ordonnées, de la plus grande à la plus petite, dans Σ . Avec numpy, la solution correspond à la dernière **ligne** de V (ou la dernière colonne de V^*)

Qu'est-il arrivé à
« **8** équations, **9** inconnues »?

Rappel : les vecteurs de V sont
orthonormaux.

Donc, on obtient la solution ayant
une norme unitaire. Mais valide à
n'importe quel facteur d'échelle!

Mais...

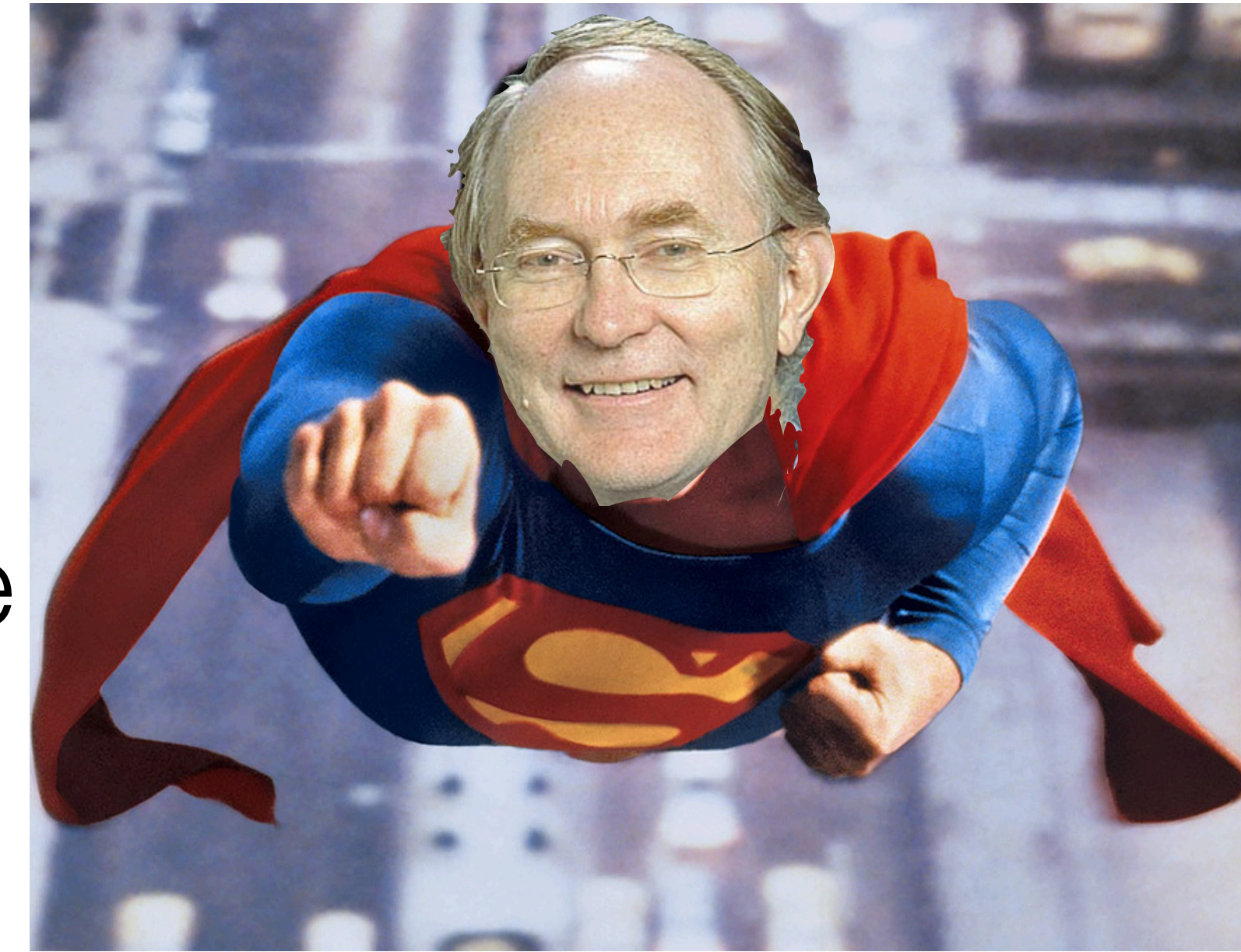
$$\begin{aligned} gxx' + h y x' + i x' - a x - b y - c &= 0 \\ g x y' + h y y' + i y' - d x - e y - f &= 0 \end{aligned}$$

- Les points peuvent être dans de (très) grosses images...
- La taille des images peut être très différentes...

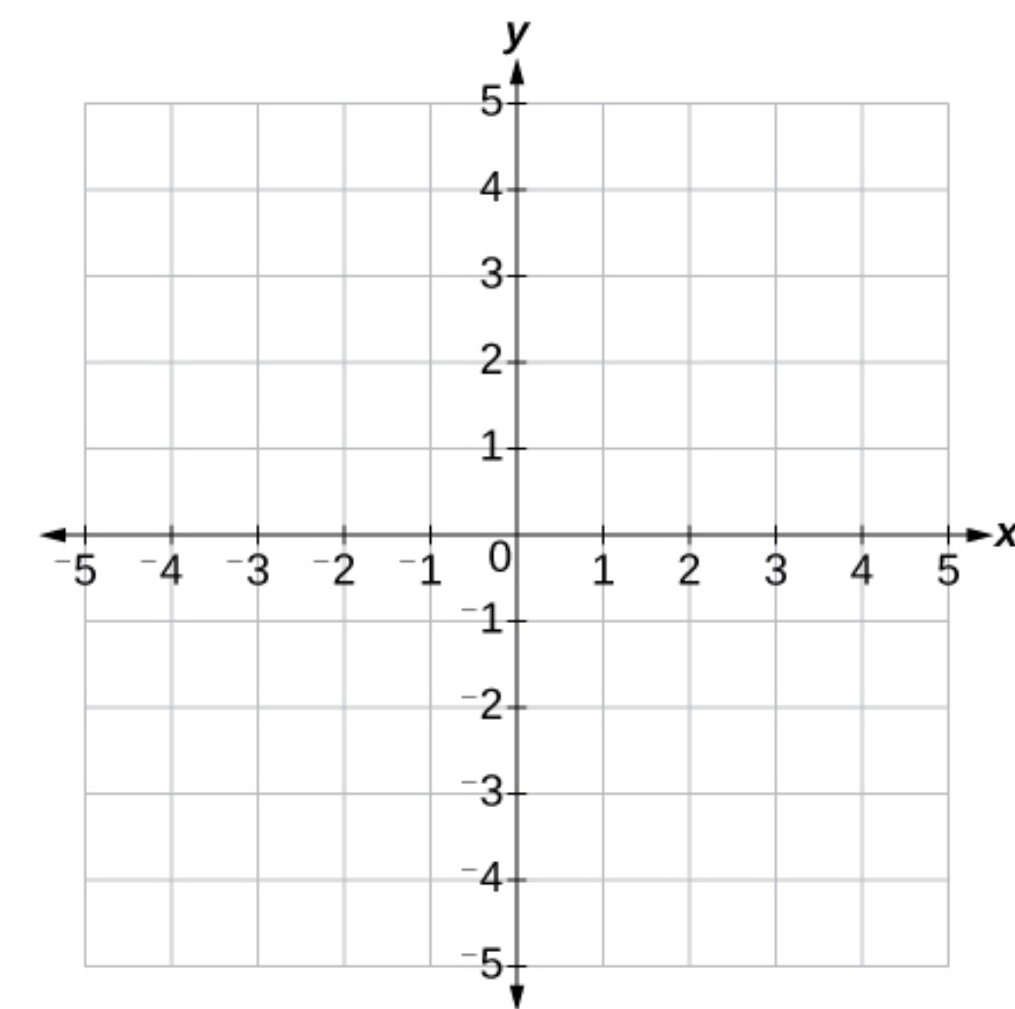
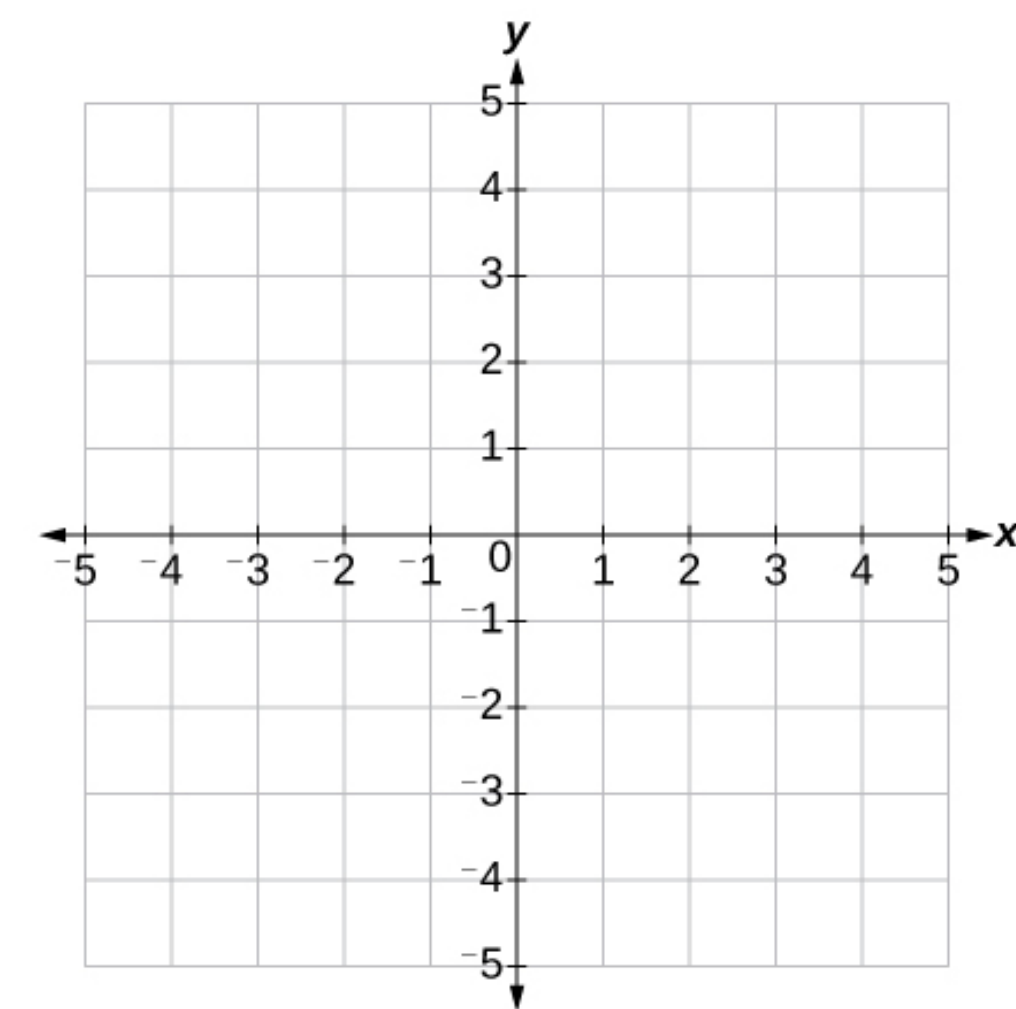
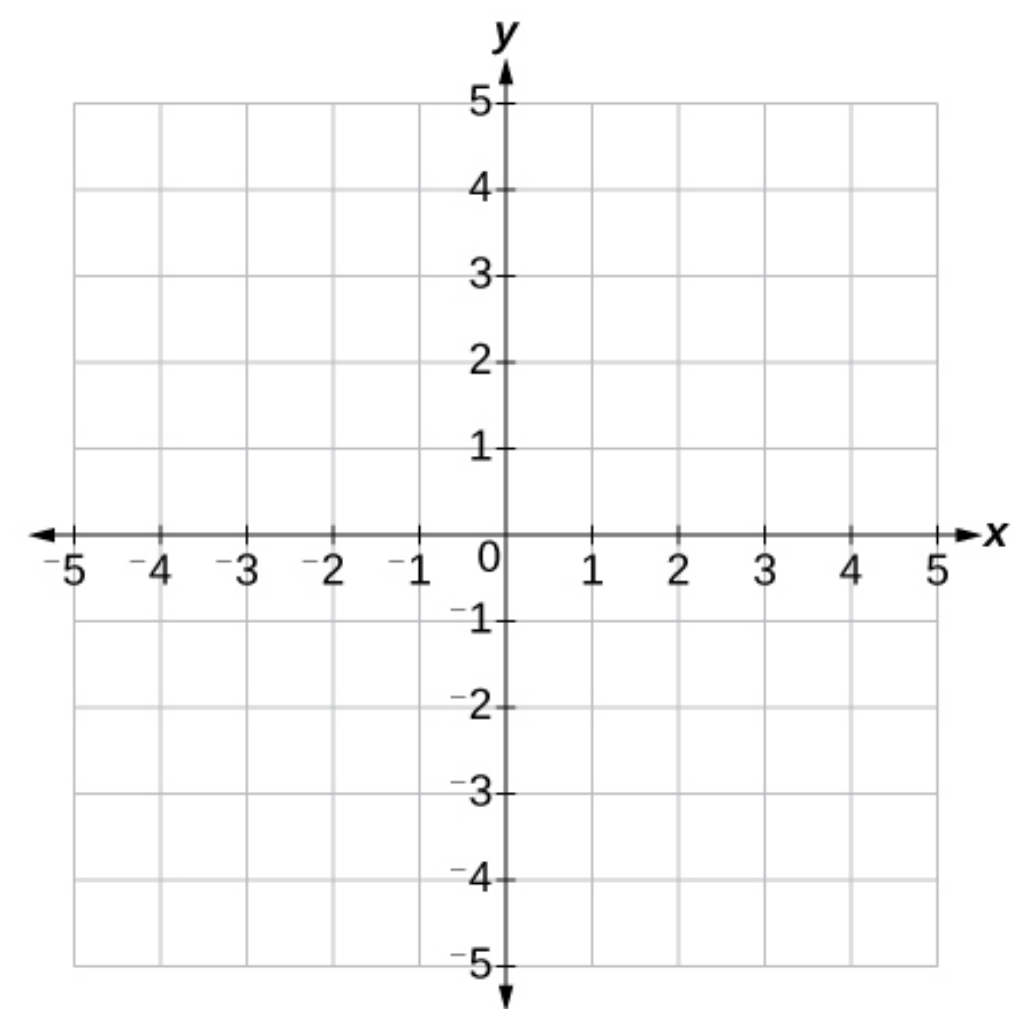
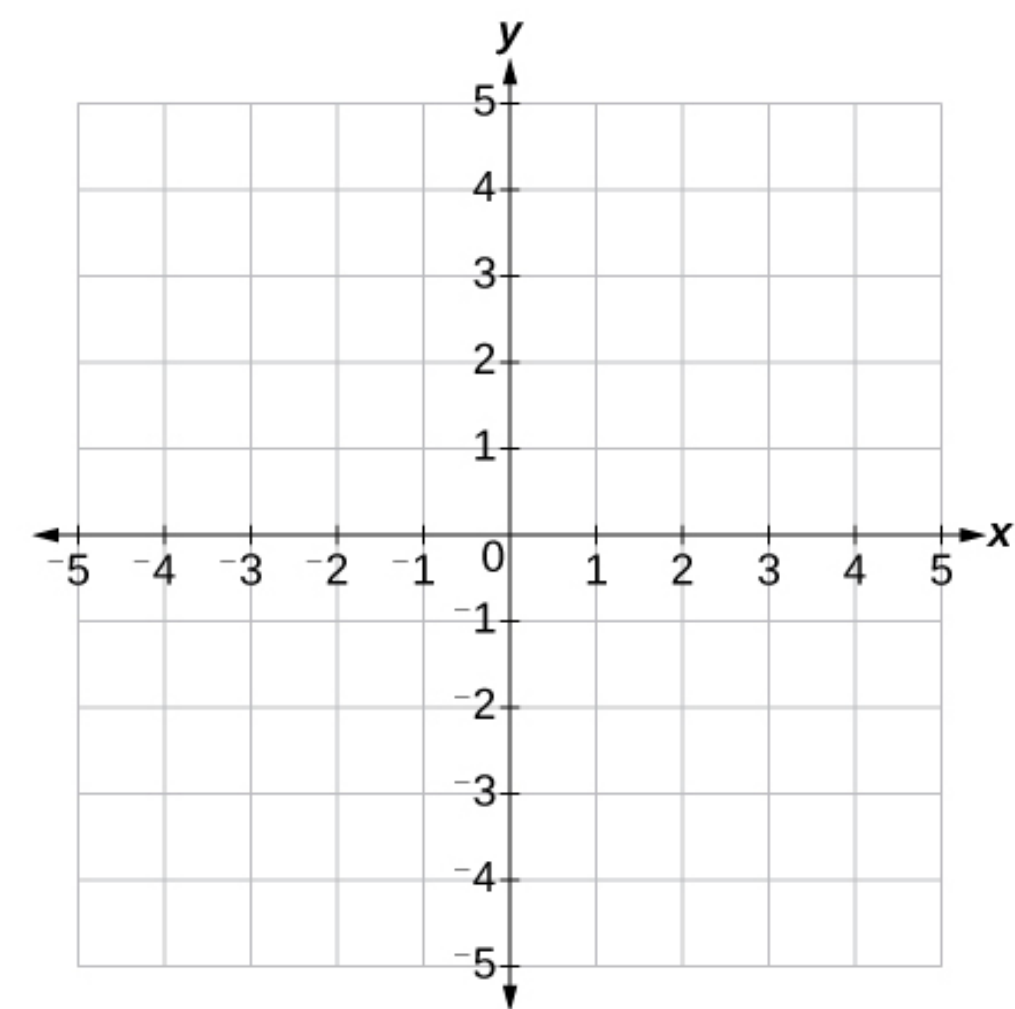
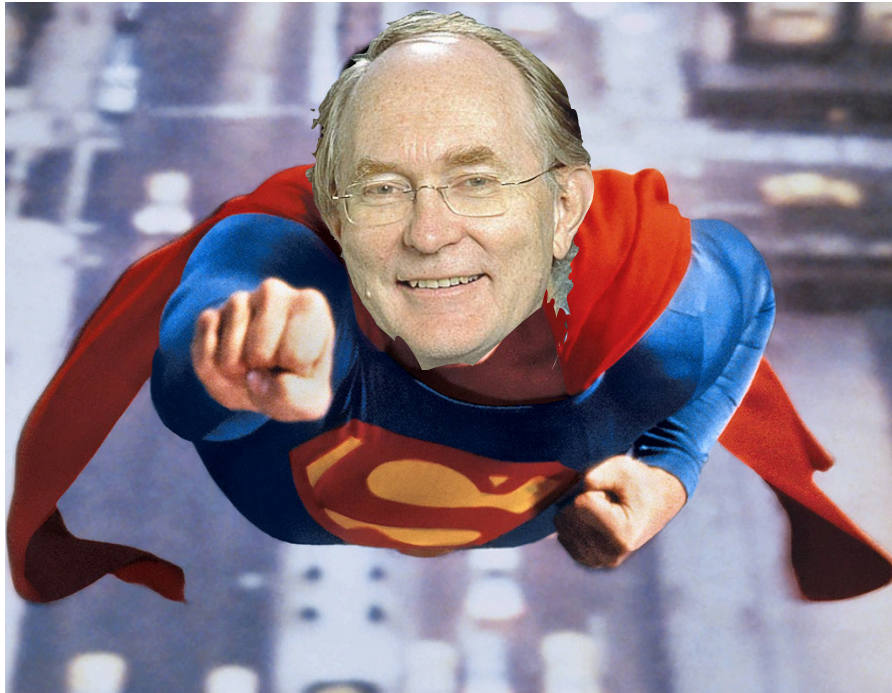
Instabilité numérique!

Richard Hartley à la rescousse!

- Dans son célèbre article « In defense of the eight-point algorithm » (1997), M. Hartley sauve les meubles!
- Solution? Normaliser les points!



Normaliser avant de calculer H





Mosaïques d'images

On s'amuse avec les homographies

GIF-4105/7105 Photographie Algorithmique
Jean-François Lalonde

Image: Dyanne Williams

Générer des « vues virtuelles »

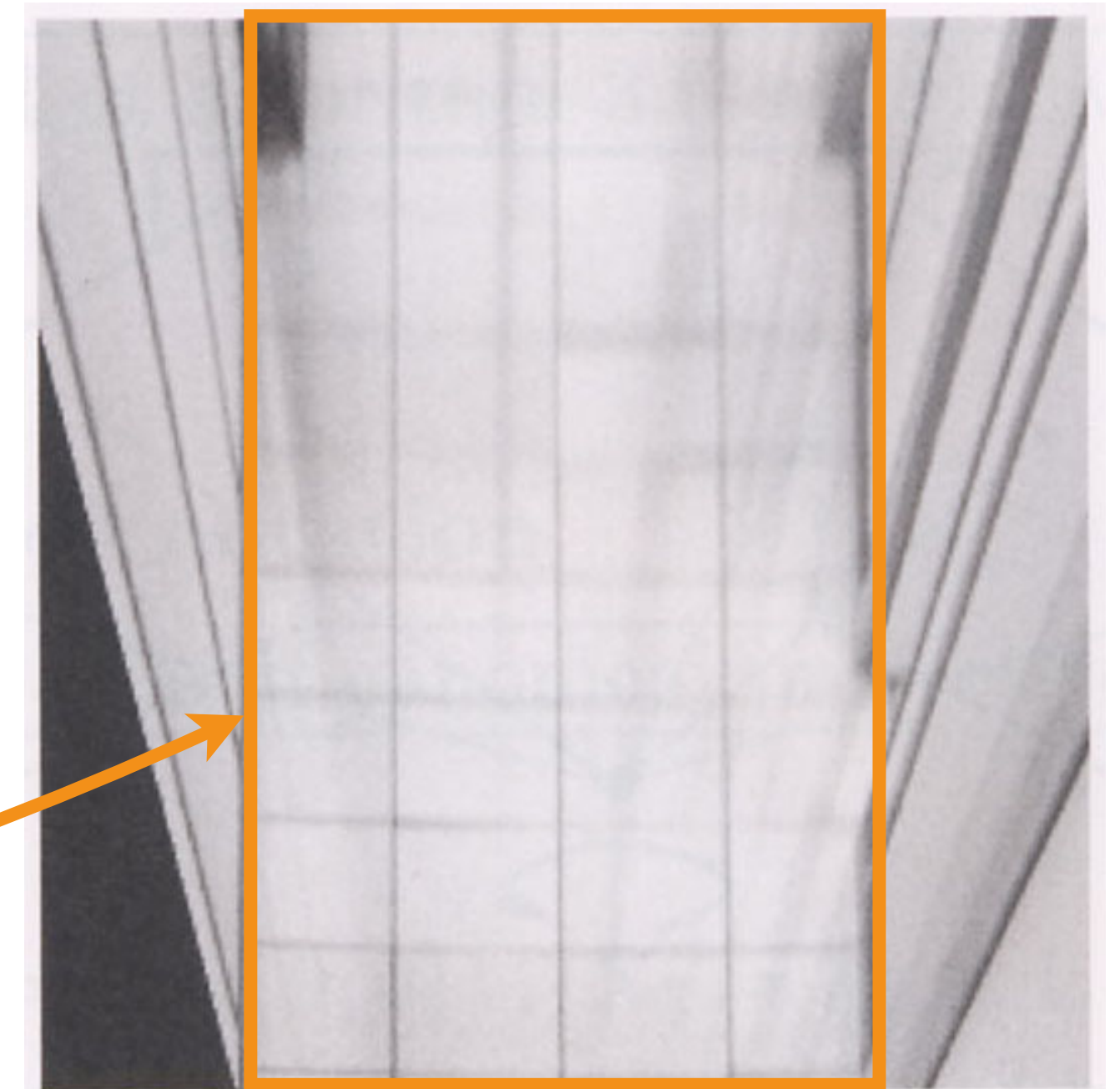
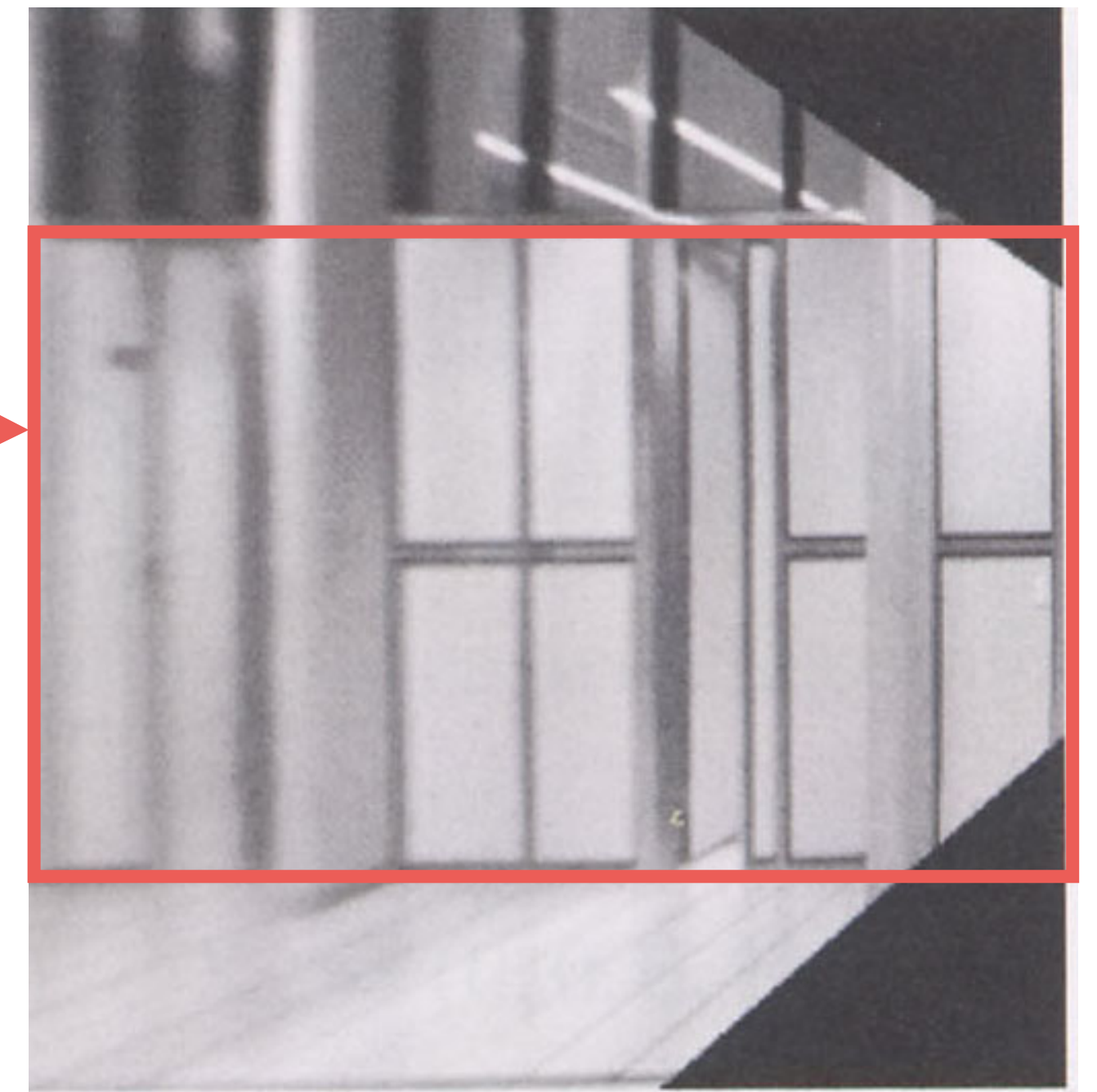


Image originale



Caméra virtuelles

St.Petersburg
photo: A. Tikhonov



Analyse d'oeuvres d'art

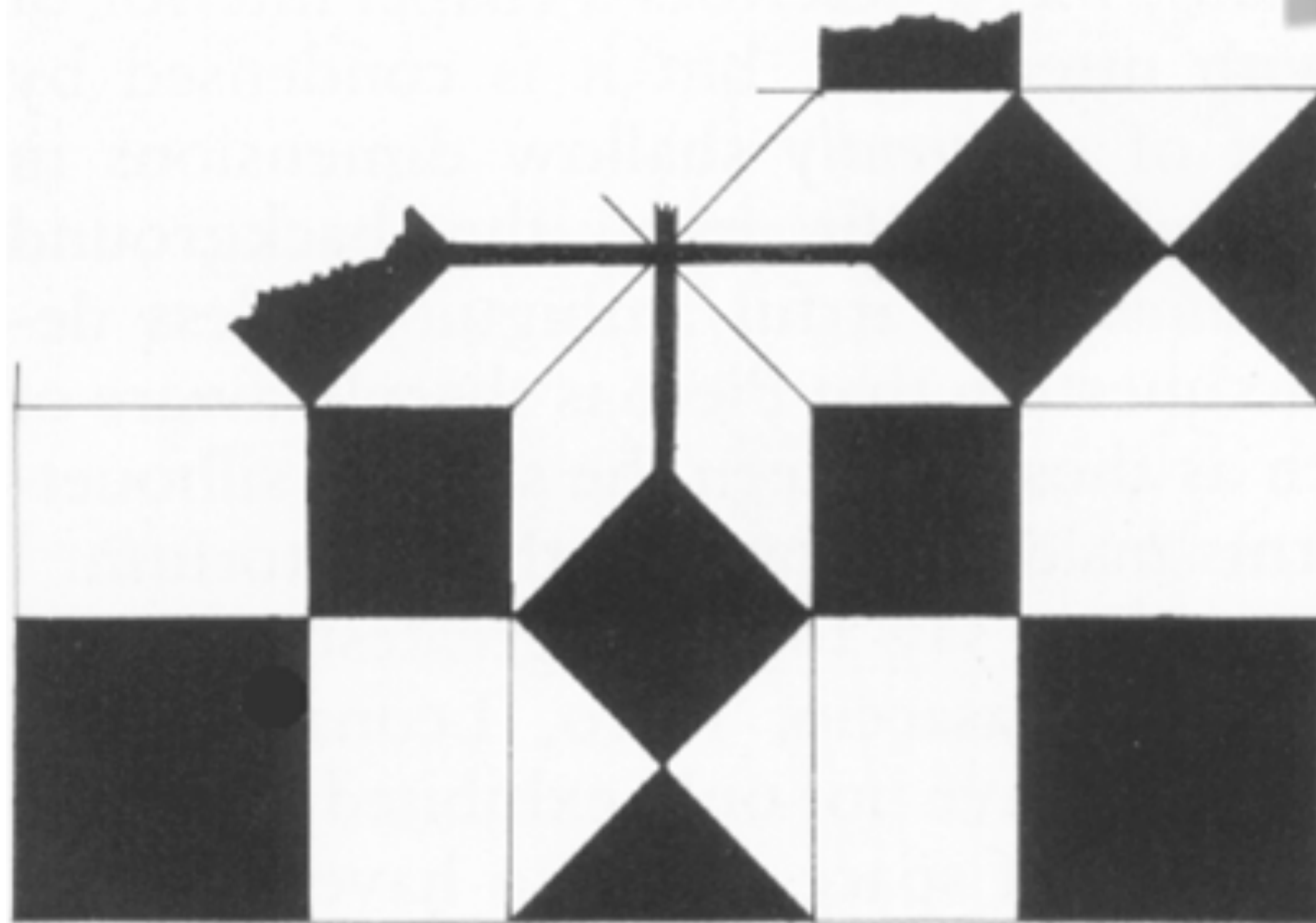
Quelle est la forme du carrelage sur le sol?



Version agrandie

Analyse d'oeuvres d'art

une deuxième forme
est découverte!



de: Martin Kemp, "The Science of Art"
(reconstruction manuelle)

Analyse d'oeuvres d'art

St. Lucy Altarpiece, D. Veneziano

Image rectifiée

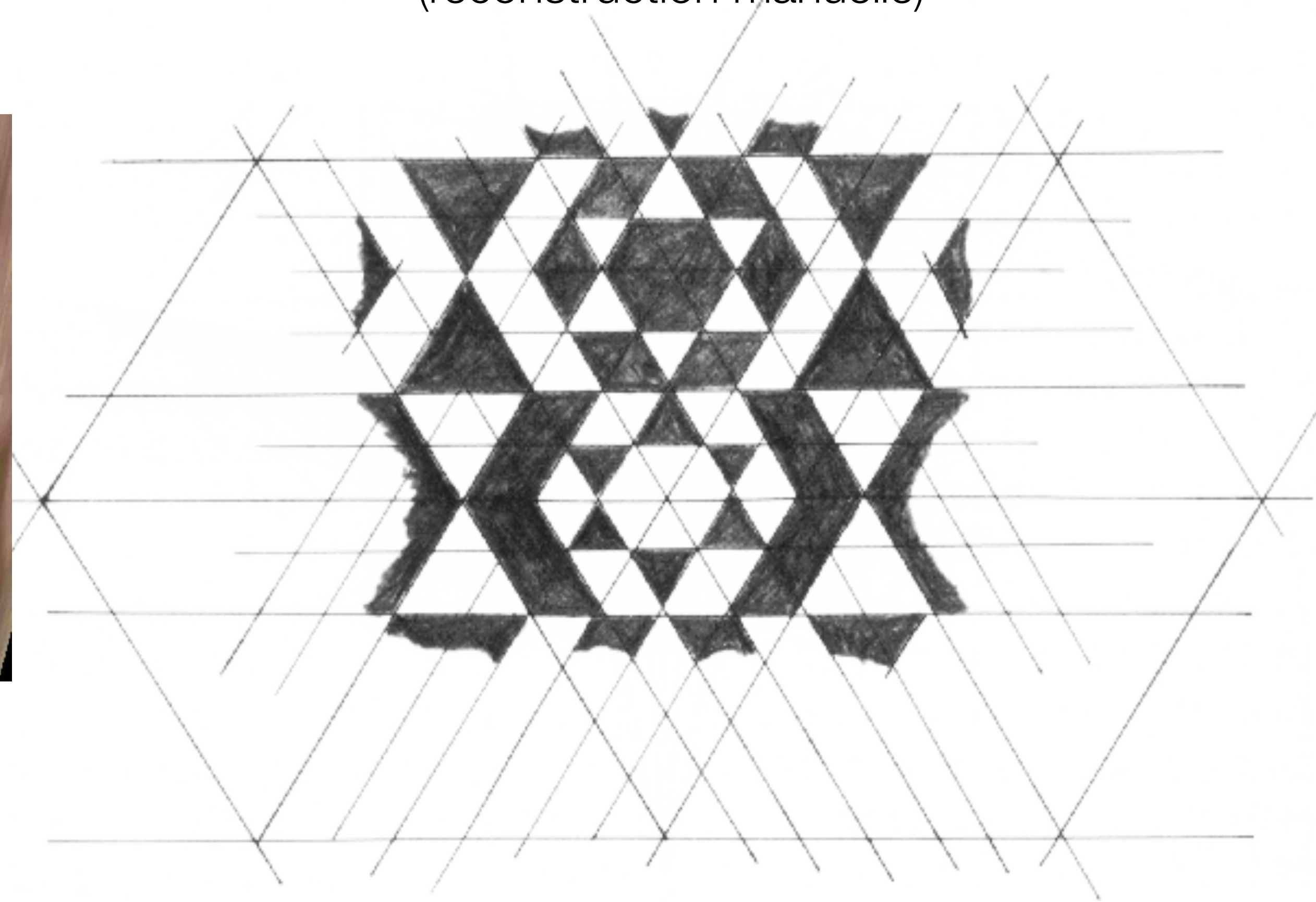


Analyse d'oeuvres d'art

Image rectifiée



Martin Kemp, The Science of Art
(reconstruction manuelle)



Julian Beever: Homographies manuelles



Holbein, The Ambassadors

